A.3 CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Al informar un resultado, es importante ser honesto para que no parezca más exacto que lo que permite el equipo con que se obtuvo el resultado. Se puede ser honesto si se controla la cantidad de dígitos, o **cifras significativas**, con la que se anota el resultado de la medición.

Imagine el lector qué sucedería si determinara la masa de una moneda de cobre en una báscula pesacartas, y después en una balanza analítica. La pesacartas podría indicar una masa aproximada de 3 g, que quiere decir que la moneda se acerca más a 3 g que a 2 o a 4 g. La balanza analítica es más sensible en forma inherente; puede medir la masa de un objeto con precisión de ±0.001 g, en cuyo caso se diría que la moneda tiene una masa de 2.531 g.

Báscula pesacartas	3 ± 1 g
Balanza analítica	2.531 ± 0.001 g

Con la báscula pesacartas la medición sólo tenía un dígito confiable. Por consiguiente, se dice que esa medición es válida sólo con una cifra significativa. La balanza analítica dio un resultado de 4 cifras significativas (2.531). La cantidad de cifras significativas en una medición es la cantidad de dígitos que se conocen con cierto grado de confianza, como 2, 5 y 3, más el último, que en este caso es 1, que suele ser un estimado o aproximación. Al mejorar la sensibilidad del equipo con el que se hace una medición, aumenta la cantidad de cifras significativas.

A primera vista parecería que se puede determinar la cantidad de cifras significativas tan sólo contando los dígitos en la medición. Sin embargo, los ceros representan un problema. En un número pueden ser de tres tipos: ceros a la izquierda, ceros a la derecha y ceros entre dos cifras significativas.

- Los ceros a la izquierda nunca son significativos. Sólo son para establecer la posición del punto decimal. Examinemos los números 0.0045, 0.045, 0.45, 4.5 y 45. En cada caso, el error relativo es el mismo. Se conoce el número con una exactitud de ±1 parte en 45. De esta manera, hay dos cifras significativas en todos esos números.
- Los ceros entre dos cifras significativas siempre son significativos. En el número 3105, el cero está entre el 1 y el 5, y estos dos son cifras significativas. En consecuencia, el cero también es significativo, y el total es 4 cifras significativas. Los números 40.05, 0.0102 y 1706.2 tienen 4, 3 y 5 cifras significativas, respectivamente.
- Los ceros a la derecha que no se necesitan para definir el punto decimal son significativos. Por ejemplo, 4.00 tiene 3 cifras significativas, porque no se necesitan los ceros a la derecha para indicar la posición del punto decimal. Su función es indicar que se sabe que el número es 4.00 ± 0.01. Los ceros a la derecha, cuando no hay punto decimal, son un problema. Con frecuencia no queda claro cuántos ceros son significativos. Por ejemplo, el resultado de una medición expresado como 400 mL, ¿representa 400 ± 1 mL, o 400 ± 10 mL o 400 ± 100 mL? La única forma de mostrar con claridad la cantidad de cifras significativas en una medición como esa es expresar al número en notación científica. La medición 400 mL se puede escribir en la forma 4.00×10^2 (tres cifras significativas), 4.0×10^2 (dos cifras significativas) o 4×10^2 (una cifra significativa), según el grado de exactitud con el que se hizo la medición.

Suma y resta con cifras significativas

¿Cuál es la masa de una solución preparada agregando 0.507 g de sal a 150.0 g de agua? Si resolviéramos el problema sin tomar en cuenta las cifras significativas, tan sólo sumaríamos las dos mediciones:

$$\begin{array}{r} 150.0 \text{ g de } H_2O \\ 0.507 \text{ g de sal} \\ \hline 150.507 \text{ g de solución} \end{array} \qquad \text{(sin emplear cifras significativas)}$$

Pero este resultado no tiene sentido. Sólo se conoce la masa del agua con precisión de un décimo de gramo, por lo que sólo podemos conocer la masa total de la solución dentro de ±0.1 g. Si se toman en cuenta las cifras significativas, se ve que al agregar 0.507 g de sal a 150.0 g de agua se obtiene una solución cuya masa es de 150.5 g.

$$\begin{array}{r} 150.0 \text{ g de } H_2O \\ \underline{0.507 \text{ g de sal}} \\ 150.5 \text{ g de solución} \end{array} \qquad \text{(tomando en cuenta las cifras significativas)}$$

En este libro, muchos de los cálculos se han hecho combinando mediciones con distintas exactitudes y precisiones. El lineamiento para efectuar sumas y restas se puede enunciar como sigue:

Cuando se suman o se restan medidas, la cantidad de cifras significativas a la derecha del punto decimal en el resultado se determina con la medida que tiene la cantidad mínima de dígitos a la derecha del punto decimal.

Multiplicación y división con cifras significativas

Para la multiplicación y la división se cuenta la cantidad total de cifras significativas en cada medición, y no sólo la cantidad de decimales.

Cuando se multiplican o dividen mediciones, el resultado no puede contener más cifras significativas que la cantidad mínima de ellas en los factores.

Por ejemplo, calculemos el costo del cobre en una moneda. Supongamos que la moneda tiene una masa de 2.531 g; que la moneda es de cobre puro, y que el precio del cobre es de 67 centavos por libra. Podemos comenzar pasando de gramos a libras.

$$2.531\ \cancel{g} \times \frac{1.000 \text{ lb}}{453.6\ \cancel{g}} = 0.005580 \text{ lb}$$

A continuación, con el precio del cobre se calcula su costo:

$$0.005580\ \cancel{lb} \times \frac{67¢}{1.0\ \cancel{lb}} = 0.37¢$$

Hay cuatro cifras significativas, tanto en la masa de la moneda, 2.531 g, y la cantidad de gramos en una libra (453.6). Pero sólo hay dos cifras significativas en el precio del cobre, por lo que el resultado final sólo puede tener dos cifras significativas.

Diferencia entre mediciones y definiciones

Suponga que se le pide calcular la longitud de una tabla de 1.245 pies de longitud, en pulgadas. Es fácil plantear este cálculo.

$$1.245\ \cancel{pie} \times \frac{12 \text{ pulg.}}{1\ \cancel{pie}} = 14.94 \text{ pulg.}$$

No es tan fácil decidir cuántas cifras significativas debe tener el resultado final. La medición original, 1.245 pies, tiene 4 cifras significativas, pero parece que sólo hay dos en la cantidad de pulgadas que tiene un pie. Por consiguiente, parecería que la respuesta sólo debería contener dos cifras significativas.

Se puede aclarar esta confusión si se recuerda que algunos factores unitarios se basan en definiciones. Por ejemplo, se define un pie como equivalente exactamente a 12 pulgadas. Los factores unitarios que se basan en definiciones tienen una cantidad infinita de cifras significativas. Por tanto, el resultado de este problema contiene 4 cifras significativas.

Redondeo

Cuando el resultado de un cálculo contiene demasiadas cifras significativas, se debe redondear. Suponga el lector que el resultado de un cálculo es 1.247, y que la medición menos exacta sólo tiene 3 cifras significativas. La forma más simple de redondear esta cantidad sería eliminar el último dígito, y anotar los tres primeros: 1.24. Este método tiene la desventaja de introducir un error sistemático en los cálculos. Cada vez que se redondee, se subestimaría el valor del resultado final.

Hay 10 dígitos que pueden estar en el último decimal en un cálculo. Una forma de redondeo consiste en subestimar el resultado con 5 de los dígitos: 0, 1, 2, 3 y 4, y sobreestimarlo con los otros 5: 5, 6, 7, 8 y 9. Este método de redondeo se puede describir como sigue:

- Si el último dígito es menor que 5, quitarlo y dejar igual los números restantes. Así, 1.684 se vuelve 1.68 al redondear.
- Si el último dígito es 5 o mayor, quitarlo y sumar 1 al dígito anterior. Así, 1.247 se vuelve 1.25 al redondear.

A.4 LA NOTACIÓN CIENTÍFICA

En química se suele trabajar con números extremadamente pequeños. Por ejemplo, la masa de un electrón es 0.000 000 000 000 000 000 000 000 000 911 g. También se trabaja con números extremadamente grandes. Por ejemplo, hay 10,300,000,000,000,000,000,000 átomos de carbono en un diamante de 1 quilate. No hay calculadora alguna que acepte esos números tal como están escritos. Antes de poder usarlos es necesario convertirlos a la **notación científica**, esto es, convertirlos a un número entre 1 y 10, multiplicado por 10 elevado a cierto exponente.

Antes de describir cómo se traducen los números a la notación científica será útil repasar algo de las matemáticas básicas de los exponentes.

- Un número elevado a la potencia cero es igual a 1.

$$10^0 = 1$$

- Un número elevado a la potencia 1 es igual a sí mismo.

$$10^1 = 10$$

- Un número elevado a la n-ésima potencia es igual al producto de ese número por sí mismo n - 1 veces.

$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100,000$$

- Dividir un número elevado a algún exponente es lo mismo que multiplicarlo elevado a un exponente de igual valor, pero de signo contrario.

$$\frac{Z}{10^2} = Z \times 10^{-2} \qquad \frac{Z}{10^{-3}} = Z \times 10^3$$

Con la siguiente regla se pueden convertir números a la notación científica:

El exponente en la notación científica es igual a la cantidad de lugares que se debe mover el punto decimal para obtener un número entre 1 y 10.

Según el censo de 1990, la población de Chicago era de 6,070,000 ± 1000. Observe que sólo se conoce la población con 4 cifras significativas, porque el error en el censo es de ± 1000, en este caso. Para pasar este número a la notación científica hay que mover el punto decimal 6 lugares hacia la izquierda, y usar la cantidad correcta de cifras significativas.

$$6070000 \pm 1000 = 6.070 \pm 0.001 \times 10^6$$

Los átomos son muy pequeños, y por eso hay una cantidad enorme en una porción pequeña de sustancia. Se puede calcular que en 1.0 gramo de carbono hay 50,140,000,000,000,000,000,000 átomos. ¿Cómo anotar este número en notación científica, con la cantidad correcta de cifras significativas? Primero, se debe observar que 1.0 gramo sólo tiene 2 cifras significativas. Por consiguiente, la cantidad de átomos de carbono se puede expresar sólo con dos dígitos. El punto decimal se corre 22 lugares hacia la izquierda, así que

$$50{,}140{,}000{,}000{,}000{,}000{,}000{,}000 = 5.0 \times 10^{22}$$

Para escribir en notación científica cantidades menores que 1, hay que mover el punto decimal hacia la derecha. Por ejemplo, en 0.000985 hay que mover el punto decimal 4 lugares hacia la derecha. En este número sólo hay 3 cifras significativas, por lo que al expresarlo en notación científica debe contener sólo 3 dígitos:

$$0.000985 = 9.85 \times 10^{-4}$$

Al pasar 0.000 000 000 000 000 000 000 000 000 911 g por electrón a notación científica hay que mover el punto decimal 28 lugares hacia la derecha:

$$0.000000000000000000000000000911 = 9.11 \times 10^{-28}$$

Así es como la masa de un electrón se anotó en la tabla 1.3 como 9.11×10^{-28} gramos.

La razón principal para pasar los números a la notación científica es hacer menos tediosos los cálculos con números muy grandes o muy pequeños. Pero la notación científica también tiene otra ventaja. Como ya no se usan los ceros para definir el punto decimal, todos los dígitos de un número expresado en notación científica son significativos, como se ve en los ejemplos siguientes:

1.03×10^{22}	tres cifras significativas
9.852×10^{-5}	cuatro cifras significativas
2.0×10^{-23}	dos cifras significativas

Ejercicio A.2

Convierta los números siguientes a la notación científica:

a) 0.004694 b) 1.98 c) 4,679,000 ± 100